

ESERCIZIO 1

In una clinica pediatrica si è registrato, nell'ultima settimana, il peso alla nascita dei neonati (in kg):

Peso (in Kg)	2,7	1,8	4,6	2,9	3,0	3,3	4,2	2,7	2,5	2,2	2,0	2,1	3,7	3,8
--------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- 1) precisare il collettivo, il fenomeno, e la natura del carattere oggetto di studio
- 2) determinare le classi di modalità partendo dal valore più piccolo e attribuendo alla prima classe un'ampiezza pari a 0,5 e 1 alle altre
- 3) commentare il significato di n_2 , f_2 e F_2
- 4) rappresentare graficamente la distribuzione
- 5) determinare il peso medio e il peso mediano

ESERCIZIO 2

La tabella riportata di seguito contiene i dati relativi a 100 fatture emesse a gennaio dall'Azienda XYZ, suddivise in classi in base all'importo (in €):

Importo fatture (in €)	Fr. Cumulate Relative
50 - 100	0,50
100 - 120	0,70
120 - 400	0,85
400 - 650	1,00

- 1) determinare la percentuale di fatture con importi superiori a 120 €
- 2) ricavare le frequenze assolute
- 3) calcolare l'importo medio per fattura
- 4) determinare la mediana, il 10° percentile, il primo quartile e il terzo quartile

ESERCIZIO 3

Nella seguente tabella è riportato il costo medio di una Polizza RC Auto nel 2004 e nel 2008 nei cinque capoluoghi di provincia della Calabria:

Provincia	Costo Polizza 2004 (in €)	Costo Polizza 2008 (in €)	Tasso di Variazione
Catanzaro	758	865	14,1%
Cosenza	672	821	22,2%
Crotone	792	880	11,1%
R. Calabria	800	905	13,1%
V. Valentia	742	874	17,8%

- 1) precisare il collettivo, il fenomeno e la natura del carattere studiato
- 2) calcolare il costo medio di una Polizza RC Auto in Calabria nel 2004 e nel 2008
- 3) calcolare il tasso medio di variazione del costo di una Polizza in Calabria tra 2004 e 2008
- 4) ipotizzando una variazione del costo della Polizza costante, quanto spenderemmo nel 2016?

ESERCIZIO 1

1) Il collettivo oggetto di studio è costituito da tutti i neonati della clinica pediatrica; su ciascuno di essi registriamo il peso ad una settimana dalla nascita. Il carattere studiato è quindi il peso, carattere quantitativo di tipo continuo.

2) Per determinare il numero delle classi possiamo ricorrere alla radice quadrata della numerosità della popolazione: in questo caso abbiamo 14 unità statistiche (i neonati), quindi il numero delle classi è pari a $\sqrt{14} = 3,74 \cong 4$. A questo punto possiamo ricavare la distribuzione in classi, tenendo conto che la prima ha una ampiezza di 0,5 Kg e le restanti una ampiezza di 1 Kg:

Peso (in Kg)		n° neonati
1,8 - 2,3	XXXX	4
2,3 - 3,3	XXXXX	5
3,3 - 4,3	XXXX	4
4,3 - 5,3	X	1
totale		14

3) Dall'analisi della tabella vediamo come in questo caso $n_2=5$, abbiamo quindi 5 neonati che hanno un peso compreso tra 2,3 e 3,3 Kg (è il n° di unità statistiche che appartengono alla seconda classe della distribuzione). Calcoliamo ora le frequenze relative e le frequenze relative cumulate:

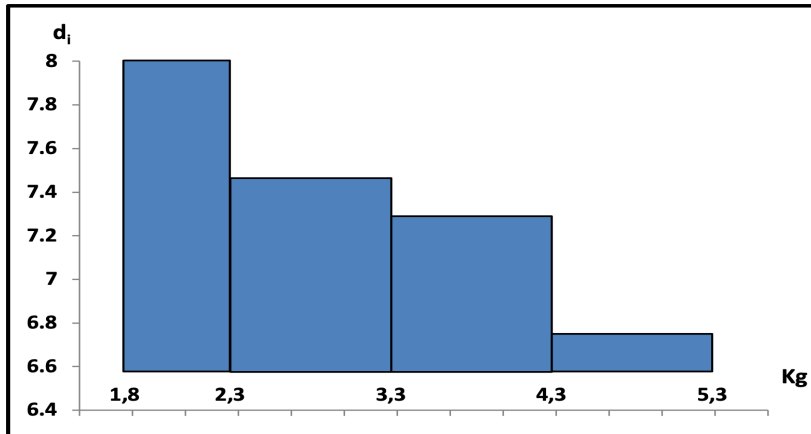
Peso (in Kg)	n_i	f_i	F_i
1,8 - 2,3	4	$4/14=0,286$	0,286
2,3 - 3,3	5	$5/14=0,357$	0,643
3,3 - 4,3	4	$4/14=0,286$	0,929
4,3 - 5,3	1	$1/14=0,071$	1,000
totale	14	$14/14=1,000$	-

La frequenza relativa $f_2=0,357$ indica il numero di unità statistiche appartenenti alla seconda classe in relazione alla dimensione della popolazione analizzata (corrisponde al 35,7% del collettivo); la frequenza relativa $F_2=0,643$ indica invece il numero di unità statistiche con peso inferiore a 3,3 Kg in relazione alla dimensione della popolazione analizzata (corrisponde al 65,3% del collettivo).

[NOTA: quando ricaviamo le frequenze relative a partire dalle frequenze assolute dobbiamo stare attenti nell'approssimare i valori perché il totale deve sempre essere uguale a 1...]

4) Per rappresentare graficamente tramite un istogramma la distribuzione in classi dobbiamo tener conto dell'ampiezza. Nello studio che stiamo effettuando si è stabilito di considerare una ampiezza diversa per la prima classe rispetto alle altre, quindi è necessario calcolare la densità di frequenza dividendo la frequenza assoluta di ciascuna classe per l'ampiezza della stessa:

Peso (in Kg)	ω_i	n_i	d_i
1,8 - 2,3	0,5	4	$4/0,5=8$
2,3 - 3,3	1,0	5	$5/1,0=5$
3,3 - 4,3	1,0	4	$4/1,0=4$
4,3 - 5,3	1,0	1	$1/1,0=1$
totale	-	14	-



Dall'istogramma possiamo rilevare come ci sia una maggiore importanza della classe 1,8-|2,3 in termini di d. di frequenza

5) Per calcolare il peso medio è necessario calcolare per ciascuna classe il valore centrale:

Peso (in Kg)	v.c.	n _i	f _i	F _i
1,8 - 2,3	2,05	4	0,286	0,286
2,3 - 3,3	2,80	5	0,357	0,643
3,3 - 4,3	3,80	4	0,286	0,929
4,3 - 5,3	4,80	1	0,071	1,000
totale		14	1,000	-

Il peso medio è quindi:

$$\bar{x}_a = \sum_i c_i \cdot f_i = 2,05 \cdot 0,286 + 2,80 \cdot 0,357 + 3,80 \cdot 0,286 + 4,80 \cdot 0,071 \cong 3 \text{ Kg}$$

Per calcolare la mediana dobbiamo nuovamente fare riferimento alle frequenze cumulate relative. Dobbiamo innanzi tutto individuare in quale classe si trova la modalità che bipartisce la distribuzione dei dati. In corrispondenza di F₁ abbiamo 0,286 (cioè il 28,6%), quindi non abbiamo sicuramente nella classe la modalità centrale; in corrispondenza di F₂ abbiamo 0,643 (cioè il 64,3%), quindi tra le modalità della classe 2,3-|3,3 si trova la modalità centrale, questa è cioè la classe mediana. A questo punto possiamo calcolare il peso mediano per approssimazione lineare:

$$Me = 2,3 + \frac{0,5 - 0,286}{0,643 - 0,286} \cdot 1 = 2,9 \text{ Kg}$$

ESERCIZIO 2

1) Per poter calcolare la percentuale di fatture con importi superiori a 120 € è necessario ricavare le frequenze relative a partire da quelle relative cumulate (per comodità esprimiamo entrambe in termini percentuali):

Importo fatture (in €)	F _i	P _i	f _i	p _i
50 - 100	0,50	50%	0,50	50%
100 - 120	0,70	70%	0,20	20%
120 - 400	0,85	85%	0,15	15%
400 - 650	1,00	100%	0,15	15%

A questo punto possiamo calcolare la percentuale di fatture con importo superiore a 120 € come somma delle fr. percentuali p₃ e p₄ -> p₃+p₄ = 15+15 = 30%. Allo stesso modo potevamo derivare la

stessa informazione dalla differenza delle fr. cumulate percentuali P_4 e $P_2 \rightarrow P_4 - P_2 = 100 - 70 = 30\%$.
 [NOTA: Un terzo modo per rispondere alla domanda sarebbe stato infine quello di ricavare le fr. retrocumulate percentuali...]

2) Per ricavare le frequenze assolute a partire da quelle relative è sufficiente moltiplicare ciascuna frequenza relativa per il numero complessivo di fatture, ossia per la numerosità del collettivo:

Importo fatture (in €)	f_i	n_i
50 - 100	0,50	$0,50 \cdot 100 = 50$
100 - 120	0,20	$0,20 \cdot 100 = 20$
120 - 400	0,15	$0,15 \cdot 100 = 15$
400 - 650	0,15	$0,15 \cdot 100 = 15$

3) l'importo medio per fattura può essere calcolato a partire dai valori centrali delle diverse classi e indifferentemente dalle fr. assolute o relative:

Importo fatture (in €)	v.c.	f_i	n_i
50 - 100	75	0,50	$0,50 \cdot 100 = 50$
100 - 120	110	0,20	$0,20 \cdot 100 = 20$
120 - 400	260	0,15	$0,15 \cdot 100 = 15$
400 - 650	525	0,15	$0,15 \cdot 100 = 15$

L'importo medio per fattura è quindi pari a:

$$\bar{x}_a = \sum c_i f_i = 75 \cdot 0,50 + 110 \cdot 0,20 + 260 \cdot 0,15 + 525 \cdot 0,15 \cong 177,25 \text{ €}$$

4) Il procedimento utilizzato per calcolare l'importo mediano per fattura, il 10° percentile, il primo e il terzo quartile, individua sempre prima la classe in cui è compresa l'unità d'interesse (in corrispondenza della quale si ha il 10, 25, 50 e 75% della distribuzione) e quindi calcolando il valore che ci interessa per approssimazione lineare:

Importo fatture (in €)	ω_i	F_i
50 - 100	50	0,50
100 - 120	20	0,70
120 - 400	280	0,85
400 - 650	250	1,00

$$Me = 50 + \frac{0,5 - 0}{0,5 - 0} \cdot 50 = 100 \text{ €}$$

$$Q_1 = 50 + \frac{0,25 - 0}{0,5 - 0} \cdot 50 = 75 \text{ €}$$

$$Q_3 = 120 + \frac{0,75 - 0,70}{0,85 - 0,70} \cdot 280 = 213,33 \text{ €}$$

$$I_{10} = 50 + \frac{0,1 - 0}{0,5 - 0} \cdot 50 = 60 \text{ €}$$

ESERCIZIO 3

1) Il collettivo in questo caso è dato dalle 5 provincie della Regione Calabria, il fenomeno oggetto di studio è invece il costo medio di una Polizza RC Auto. Il carattere è quantitativo continuo. Bisogna osservare come in questo caso stiamo studiando come si manifesta uno stesso fenomeno (il costo) su un dato collettivo (le provincie) ma in due momenti diversi (il 2004 e il 2008).

2) Per calcolare il costo medio di una Polizza in Calabria nel 2004 è necessario calcolare la media aritmetica dei costi medi per provincia:

$$\bar{x}_a = \frac{1}{N} \sum x_i = \frac{1}{5} (758 + 672 + 792 + 800 + 742) \cong 753 \text{ €}$$

Allo stesso modo otteniamo che il costo medio di una Polizza in Calabria nel 2008 è pari a 869 €.

3) Per calcolare il tasso medio di variazione dobbiamo considerare la media geometrica dei tassi di variazione dal 2004 al 2008 per ciascuna provincia:

$$\bar{x}_g = \left(\prod x_i \right)^{\frac{1}{N}} = \left(0,141 \cdot 0,222 \cdot 0,111 \cdot 0,131 \cdot 0,178 \right)^{\frac{1}{5}} = 0,152$$

Il tasso medio di variazione del costo di una Polizza in Calabria tra il 2004 e il 2008 è risultato quindi del 15,2%.

4) Ipotizzando un tasso di variazione costante del costo di una Polizza del 15,2% nei periodi 2004/2008, 2008/2012 e 2012/2016, e considerando inoltre che nel 2004 una Polizza costava in media 753 €, spenderemmo per l'acquisto di una Polizza nel 2016:

$$c = 753 \cdot (1+0,152)^3 = 1151,20 \text{ €}$$