

ESERCIZIO 1

Un ipermercato dispone, nel suo reparto cancelleria, di confezioni di penne biro in due soli colori, blu e rosso. Posto che la probabilità di estrarre a caso un pacco di penne blu dal deposito in un certo istante di tempo sia del 47%, si calcoli la probabilità che fra le 6500 penne attualmente giacenti in magazzino almeno 2573 siano di colore rosso.

SOLUZIONE

Il numero di confezioni di penne rosse X si distribuisce come una BINOMIALE di parametri $n = 6500$ e $\pi = 0,53 \Rightarrow X \sim B(6500; 0,53)$.

Essendo n sufficientemente grande X si approssima ad una NORMALE con media $\mu = n\pi = 3445$ e $\sigma^2 = n\pi(1 - \pi) = 1619,15 \Rightarrow X \sim N(3445; 1619,15)$

$$P(x \geq 2573,5) \Rightarrow P\left\{z \geq \frac{2573,5 - 3445}{40,24}\right\} = P\{z \geq -21,66\} \approx 1$$

C'è una probabilità del 100% circa che tra le confezioni di penne giacenti nell'ipermercato ce ne siano almeno 2573 di colore rosso.

ESERCIZIO 2

Un noto produttore di penne stilografiche ha in catalogo l'inchiostro "NERO BRILLANTE" venduto in boccette da 52ml. Sapendo che la quantità di inchiostro in ogni boccetta è distribuita secondo una NORMALE con media 52ml e varianza 1,3:

- a) calcolare il numero di boccette, in un collettivo di 554 unità, contenenti una quantità di inchiostro compresa fra 50,2ml e 51,5ml;
- b) calcolare il numero di boccette da acquistare per garantirsi almeno 3 boccette con un contenuto di inchiostro superiore ai 52,4ml.

SOLUZIONE

Quantità di inchiostro $\Rightarrow X \sim N(52; 1,3)$

a) Facendo riferimento alle tavole della NORMALE STANDARDIZZATA abbiamo che:

$$P(50,2 \leq X \leq 51,5) = P\left(\frac{50,2 - 52}{1,14} \leq Z \leq \frac{51,5 - 52}{1,14}\right) = P(-1,58 \leq Z \leq -0,44) =$$

$$\Phi(1,58) - \Phi(0,44) = 0,9429 - 0,6700 = 0,2729$$

Con una probabilità del 27,29% l'inchiostro contenuto in ogni boccetta sarà compreso tra i 50,2 e i 51,5 millilitri \Rightarrow su un collettivo di 554 unità si avranno 151,19 (= 554 x 0,2729) boccette con una quantità di inchiostro compresa tra i 50,2ml e i 51,5ml

$$b) \quad P(X \geq 52,4) = P\left(Z \geq \frac{52,4 - 52}{1,14}\right) = P(Z \geq 0,29) = 0,3859$$

Il 38,59% delle boccette avranno un contenuto di inchiostro superiore ai 52,4mg. Il numero minimo di boccette da acquistare per garantirsi almeno tre boccette di questo tipo sarà 8, infatti:

$$N \times 0,3859 = 3 \quad \Rightarrow \quad N = \frac{3}{0,3859} = 7,77 \approx 8$$

ESERCIZIO 3

Supponiamo che un certo modello di computer portatile sia composto di due pezzi assemblati, la base e lo schermo. Il peso complessivo segue una distribuzione Normale con media $\mu=2370$ grammi e scarto quadratico medio $\sigma=85,7$ grammi. La casa produttrice stabilisce che dovranno essere dichiarati "fuori qualità" i notebook con peso superiore a 2,5 kg.

- Quale sarà la percentuale di notebook che presumibilmente sarà dichiarata "fuori qualità"?
- Quale sarà il peso oltre il quale è compreso il 15% dei pezzi assemblati?
- Quale sarà la percentuale di notebook con peso inferiore a 2 kg?

SOLUZIONE

Il peso (X) segue una v.c. Normale con media pari a 2370g = 2,37kg e scarto quadratico medio pari a 85,7g = 0,0857kg $\Rightarrow X \sim N(2,37; 0,0857^2)$

a) I notebook "fuori qualità" saranno quelli con un peso complessivo superiore a 2,5 kg \Rightarrow facendo riferimento alle tavole della v.c. NORMALE STANDARDIZZATA si ha che:

$$P(X \geq 2,5) = P\left(Z \geq \frac{2,5 - 2,37}{0,0857}\right) = P(Z \geq 1,52) = 0,0643$$

Il 6,43% dei notebook prodotti saranno dichiarati "fuori qualità"

$$b) \quad P(X \geq x_1) = P\left(Z \geq \frac{2,5 - x_1}{0,0857}\right) = P(Z \geq z_1) = 0,15$$

il livello di z a cui è associata una probabilità dello 0,15 è: $z_1 = 1,035$

$$\Rightarrow \quad z_1 = \frac{x_1 - 2,37}{0,0857} = 1,035 \quad \Rightarrow \quad x_1 = (1,035 \times 0,0857) + 2,37 = 2,46$$

Il 15% dei pezzi assemblati avrà un peso superiore ai 2,46 kg

c) I notebook con un peso inferiore ai 2 kg saranno:

$$P(X \leq 2) = P\left(Z \leq \frac{2 - 2,37}{0,0857}\right) = P(Z \leq -4,317) \cong 0$$

C'è una probabilità pressoché nulla di produrre notebook di peso <2 kg

ESERCIZIO 4

Sia X la v.c. Normale con media $\mu = 40$ cm e varianza $\sigma^2 = 100$, che descrive l'altezza di un insieme di bimbi di 3 mesi di età: $X \sim N(40, 100)$

- Si determini l'altezza x tale che il 20% dei bimbi sia più alto;
- Si consideri la porzione di bimbi di altezza compresa tra il primo e il terzo quartile: quanto è alto il più basso di tali bambini? E il più alto?

ESERCIZIO 5

Il numero di giorni intercorrenti tra la fatturazione ed il pagamento dei conti aperti di un grande magazzino segue una distribuzione Normale con una media di 18 giorni ed una scarto quadratico medio di 4 giorni. Quale percentuale di fatture verrà saldata:

- tra i 12 e 18 giorni
- entro 8 giorni
- entro quanti giorni verrà saldato il 99,5% delle fatture?

ESERCIZIO 6

Posto il voto X all'esame degli studenti che hanno frequentato Statistica e Calcolo delle Probabilità ha media pari a 24 e deviazione standard pari a 4, calcolare la percentuale di studenti che otterrà un voto compreso inferiore a 20 o superiore a 28.

ESERCIZIO 7

È noto che nel 25% di cavie cui è stato somministrato un certo farmaco sperimentale avviene una mutazione genetica. Avendo somministrato il farmaco a 150 cavie, qual è la probabilità che le cavie mutate siano 40?