

ESERCIZIO N. 1

Si consideri l'esperimento consistente nel lancio di un dado. Dopo aver descritto lo spazio dei possibili risultati, costruire in termini insiemistici i seguenti eventi:

- a) $A = \{\text{uscita di un numero dispari}\}$
- b) $B = \{\text{uscita di un numero pari}\}$
- c) $C = \{\text{uscita di un numero minore di 3}\}$
- d) $D = \{\text{uscita di un numero maggiore di 4}\}$
- e) $E = \{\text{uscita del numero 4 o 5 o 6}\}$
- f) $A \cup C$
- g) $B \cap D$
- h) $B - C$

ESERCIZIO N. 2

Dati gli eventi A, B e C esprimere i seguenti eventi in funzione delle operazioni su eventi:

- a) A si verifica
- b) A e B si verificano
- c) soltanto A si verifica
- d) A e B si verificano ma non C
- e) almeno uno degli eventi A, B e C si verifica
- f) gli eventi A, B, C si verificano
- g) nessuno dei tre eventi si verifica

ESERCIZIO N. 3

Si consideri un'urna contenente 5 palline, di cui 3 bianche e 2 nere. Si estraggono con ripetizione 3 palline e siano A, B e C gli eventi così definiti:

$A = \{\text{uscita di pallina bianca B alla prima estrazione}\}$

$B = \{\text{uscita di pallina nera N alla seconda estrazione}\}$

$C = \{\text{uscita di pallina bianca B alla terza estrazione}\}$

Descrivere lo spazio campionario ed esprimere i seguenti eventi:

$$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{A} \cup \bar{B}, B \cap C, B \cap \bar{C}, A \cap B \cap C, B - C$$

ESERCIZIO N. 4

Si consideri una moneta regolare e si indichino con C e T rispettivamente gli eventi croce e testa. Supposto di lanciare tre volte la moneta, determinare lo spazio degli eventi e calcolare la probabilità che non si presenti mai la successione CT.

Nel caso di quattro lanci della moneta calcolare la probabilità che non si verifichino le successioni CT o TCC.

ESERCIZIO N. 5

Dato un esperimento tale che

$$P(A) = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{3} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

calcolare:

$$P(A \cup B)$$

$$P(\bar{A} \cap B)$$

$$P(\bar{A} \cup B)$$

$$P(A \cap \bar{B})$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B})$$

ESERCIZIO N. 6

Siano A e B sono due eventi incompatibili, con $P(A) = 0,5$ e $P(A \cup B) = 0,6$: determinare $P(B)$.

ESERCIZIO N. 7

Sia: $P(E) = 0,3$ $P(F) = 0,2$ $P(G) = 0,6$ $P(E \cup F) = 0,5$ $P(E \cup G) = 0,8$ $P(F \cup G) = 0,7$

Quale di queste coppie è formata da eventi incompatibili:

$(E \cup F)$ $(E \cup G)$ $(F \cup G)$

SOLUZIONE N. 1

Lo spazio campionario è: $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

$$A = \{1,3,5\} \quad B = \{2,4,6\} \quad C = \{1,2\} \quad D = \{5,6\} \quad E = \{4,5,6\}$$

$$A \cup C = \{1,2,3,5\} \quad B \cap D = \{6\} \quad B - C = B \cap \bar{C} = \{4,6\}$$

SOLUZIONE N. 2

a) A

b) $A \cap B$

c) $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

d) $A \cap B \cap \bar{C}$

e) $A \cup B \cup C$

f) $A \cap B \cap C$

g) $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

SOLUZIONE N. 3

Spazio campionario: $S = \{(B,B,B), (B,B,N), (B,N,B), (N,B,B), (N,N,B), (N,B,N), (B,N,N), (N,N,N)\}$

Definiamo gli eventi A, B, C:

$$A = \{(B,B,B), (B,B,N), (B,N,B), (B,N,N)\}$$

$$B = \{(B,N,B), (N,N,B), (B,N,N), (N,N,N)\}$$

$$C = \{(B,B,B), (B,N,B), (N,B,B), (N,N,B)\}$$

$$\bar{A} = \{(N,B,B), (N,N,B), (N,B,N), (N,N,N)\}$$

$$\bar{B} = \{(B,B,B), (B,B,N), (N,B,B), (N,B,N)\}$$

$$\bar{C} = \{(B,B,N), (N,B,N), (B,N,N), (N,N,N)\}$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \{(B,B,B), (B,B,N), (N,B,B), (N,N,B), (N,B,N), (N,N,N)\}$$

$$B \cap C = \{(B,N,B), (N,N,B)\}$$

$$B \cap \bar{C} = \{(B,N,N), (N,N,N)\}$$

$$A \cap B \cap C = \{(B,N,B)\}$$

$$B - C = B \cap \bar{C} = \{(B,N,N), (N,N,N)\}$$

SOLUZIONE N. 4

Spazio degli eventi $S = \{(CCC), (CCT), (CTC), (CTT), (TCC), (TCT), (TTC), (TTT)\}$

A = {non si presenta mai la successione CT}

$$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Spazio degli eventi $S = \{(CCCC), (CCCT), (CCTC), (CCTT), (CTCC), (CTCT), (CTTC), (CTTT), (TCCC), (TCCT), (TCTC), (TCTT), (TTCC), (TTCT), (TTTC), (TTTT)\}$

A = {non si presenta mai la successione CT o TCC}

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = \frac{5}{16} + \frac{12}{16} - \frac{14}{16} = \frac{3}{16}$$

SOLUZIONE N. 5

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{5}{12}$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = \frac{3}{4}$$

SOLUZIONE N. 6

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,6 = 0,5 + P(B)$$

$$P(B) = 0,6 - 0,5 = 0,1$$

SOLUZIONE N. 7

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$$

$$0,5 = 0,3 + 0,2 - P(E \cap F)$$

$$P(E \cap F) = 0 \quad \Longrightarrow \quad \text{gli eventi E e F sono incompatibili}$$

$$P(E \cup G) = P(E) + P(G) - P(E \cap G)$$

$$0,8 = 0,3 + 0,6 - P(E \cap G)$$

$$P(E \cap G) = 0,1 \quad \Longrightarrow \quad \text{gli eventi E e G sono compatibili}$$

$$P(F \cup G) = P(F) + P(G) - P(F \cap G)$$

$$0,7 = 0,2 + 0,6 - P(F \cap G)$$

$$P(F \cap G) = 0,1 \quad \Longrightarrow \quad \text{gli eventi F e G sono compatibili}$$