

ESERCIZIO 1

In uno studio sulla stampa italiana si è osservato che su 100 quotidiani, 70 hanno almeno un errore di stampa, 65 almeno due e 55 esattamente 3. Indicato con X il n° di errori di un quotidiano scelto a caso:

- a) spiegare perché X è una variabile casuale
- b) calcolare la distribuzione di probabilità
- c) calcolare la funzione di ripartizione

SOLUZIONE

a) Poiché la presenza di un errore in un quotidiano è a priori un risultato non noto, e poiché X considera quanti errori sono presenti in un quotidiano, è di fatto una funzione che associa ad uno spazio degli eventi un numero reale (in questo caso intero), quindi X può essere considerata una variabile casuale

b) Innanzi tutto riscriviamo in termini probabilistici i dati riportati:

$$P(X \geq 1) = 0,70 \qquad P(X \geq 2) = 0,65 \qquad P(X = 3) = 0,55$$

Da ciò si ricava:

$$\begin{aligned} P(X = 0) &= P(X < 1) = 1 - P(X \geq 1) = 1 - 0,70 = 0,30 \\ P(X = 1) &= P(X \geq 1) - P(X \geq 2) = 0,70 - 0,65 = 0,05 \\ P(X = 2) &= P(X \geq 2) - P(X = 3) = 0,65 - 0,55 = 0,10 \end{aligned}$$

Quindi la distribuzione di probabilità di X è data da:

X	0	1	2	3
P(x)	0,30	0,05	0,10	0,55

c) La funzione di ripartizione può essere facilmente ricavata da quanto detto:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < 0 \\ 0,30 & 0 \leq x < 1 \\ 0,35 & 1 \leq x < 2 \\ 0,45 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

Un libero professionista è incerto circa i suoi redditi lordi mensili. Potrebbe guadagnare 4500€ con probabilità del 30%, 3700€ con probabilità del 40%, o ancora potrebbe guadagnare 3000€. L'imposta sul reddito è proporzionale con una aliquota media del 35%. Sia Y la variabile casuale che descrive il reddito al netto dell'imposta, calcolare il valore atteso e la varianza.

ESERCIZIO 3

Data una variabile casuale X che assume valori $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$ e $x_4 = 3$, rispettivamente con probabilità $p_1 = 0.1$, $p_2 = 0.3$, $p_3 = 0.4$, $p_4 = 0.2$, calcolare il valore atteso e la varianza. Inoltre rappresentare graficamente la distribuzione di probabilità e costruire la funzione di ripartizione.

SOLUZIONE

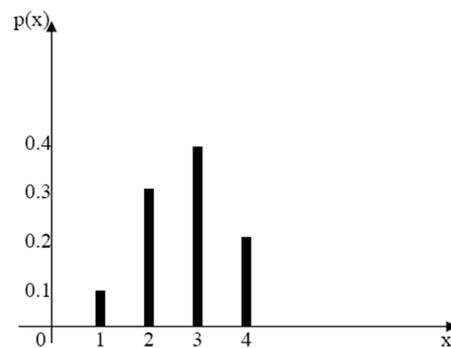
Il valore atteso è pari a

$$E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,4 + 3 \cdot 0,2 = 1,7$$

La varianza è invece pari a

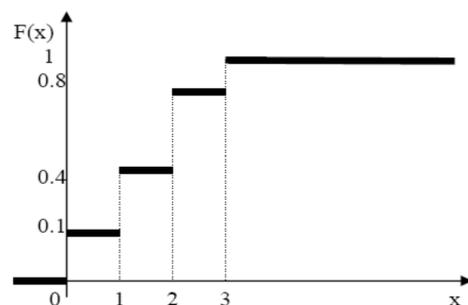
$$E(X^2) = \sum_i x_i^2 P(x_i) = 0^2 \cdot 0,1 + 1^2 \cdot 0,3 + 2^2 \cdot 0,4 + 3^2 \cdot 0,2 = 3,7$$
$$\text{VAR}(X) = 3,7 - 1,7^2 = 0,81$$

La rappresentazione grafica della funzione di probabilità è di seguito riportata:



La funzione di ripartizione è data da:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.1 & 0 \leq x < 1 \\ 0.4 & 1 \leq x < 2 \\ 0.8 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$



ESERCIZIO 4

Sia la v.c. X associata al numero di Teste ottenute dal lancio di 3 monete:

- scrivere la distribuzione di probabilità e rappresentarla graficamente
- scrivere la funzione di ripartizione e rappresentarla graficamente
- calcolare la probabilità di ottenere almeno due Teste
- calcolare la probabilità di non ottenere alcuna Testa

ESERCIZIO 5

Il 75% dei prodotti realizzati da una certa azienda risulta essere privo di difetti. Supponendo di estrarre a caso un campione di 10 prodotti, calcolare la probabilità che:

- a) siano tutti privi di difetti
- b) almeno 7 siano privi di difetti
- c) non più di 8 siano privi di difetti

ESERCIZIO 6

Tra le 18 e le 20 in un ipermercato appena inaugurato entrano mediamente 7 clienti al minuto. Supponendo che il numero di clienti si distribuisca secondo una Poisson di parametro λ , calcolare:

- a) la probabilità che in un minuto entrino 3 clienti
- b) la probabilità che in un minuto entrino più di 5 clienti
- c) la probabilità che in 3 minuti entrino 2 clienti
- d) il numero atteso di clienti in 10 minuti

ESERCIZIO 7

Un calciatore ha una percentuale di passaggi riusciti del 26%. Supponiamo che vengano osservato ogni passaggio effettuato registrando se questo riesce o meno:

- a) sotto quali condizioni possiamo supporre che ciascun passaggio è una prova bernoulliana?
- b) supponendo soddisfatte tali condizioni, qual è la probabilità che il calciatore riesca ad effettuare due passaggi ad un compagno di squadra su cinque tentativi?

ESERCIZIO 8

Un'azienda produce lotti da 1000 fusibili. Sapendo che la probabilità che un calcolatore sia difettoso è pari a 0,001 determinare la probabilità che il lotto contenga 5 calcolatori difettosi